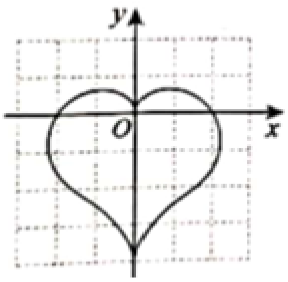
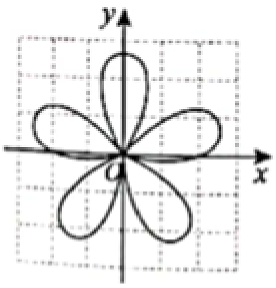
2022北京八十中初三（上）期中

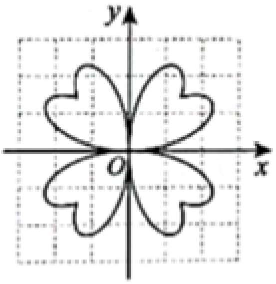
数　　学

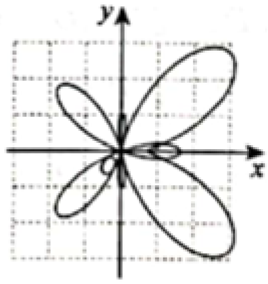
一、选择题（本题共16分，每小题2分）

1．下列各曲线是在平面直角坐标系xOy中根据不同的方程绘制而成的，其中是中心对称图形的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

2．将抛物线$y=2x^2$向左平移1个单位，再向下平移2个单位，得到的抛物线是（　　）

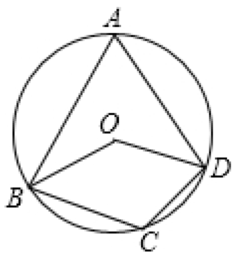
A．$y=2(x+1)^2+2$　　B．$y=2(x-1)^2+2$

C．$y=2(x-1)^2-2$　　D．$y=2(x+1)^2-2$

3．关于x的一元二次方程$(a-2)x^2+x+a^2-4=0$的一个根是0，则a的值为（　　）

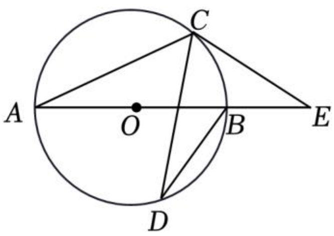
A．2　　B．-2　　C．2或-2　　D．0

4．如图，在⊙O的内接四边形$ABCD$中，$\angle BOD=120°$，那么$\angle BCD$是（　　）



A．120°　　B．100°　　C．80°　　D．60°

5．如图，AB是⊙O的直径，C、D是⊙O上的点，$\angle CDB=25°$，过点C作⊙O的切线交AB的延长线于点E，则$\angle E$等于（　　）



A．40°　　B．50°　　C．60°　　D．30°

6．已知抛物线 $y=2(x-2)^2+1$，$A(-3，y_1)$，$B(3，y_2)$，$C(4，y_3)$ 是抛物线上三点，则 y_1，y_2，y_3 由小到大依序排列是（　　）

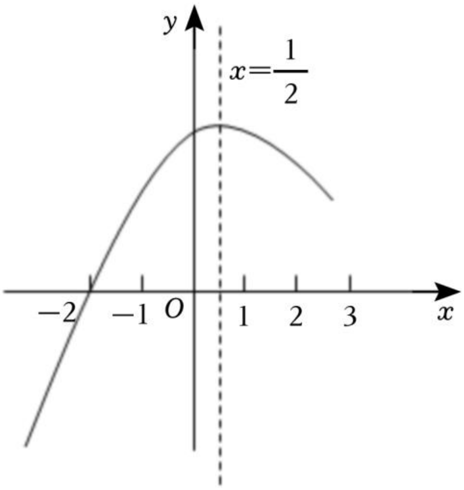
A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_2<y_1<y_3$　　C．$y_3<y_2<y_1$　　D．$y_2<y_3<y_1$

7．某市严格落实国家节水政策，2018 年用水总量为 6.5 亿立方米，2020 年用水总量为 5.265 亿立方米．设该市用水总量的年平均降低率是 x，那么 x 满足的方程是（　　）

A．$6.5(1-x)^2=5.265$　　B．$6.5(1+x)^2=5.265$

C．$5.265(1-x)^2=6.5$　　D．$5.265(1+x)^2=6.5$

8．如图是二次函数 $y=ax2+bx+c$（$a\neq0$）图象的一部分，有下列 4 个结论：①$abc>0$；②$b^2-4ac>0$；③关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-2$，$x_2=3$；④关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $x>-2$．其中正确的结论有（　　）个．

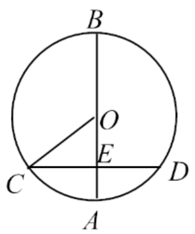


A．1　　B．2　　C．3　　D．4

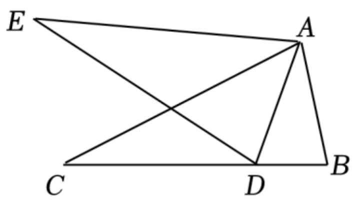
二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9．（3 分）点 $P(3，-4)$ 关于原点对称的点的坐标是_________．

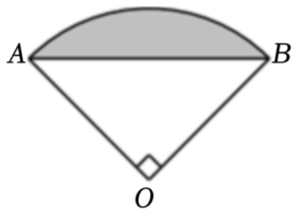
10．（3 分）如图，AB 为⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，垂足为点 E，连接 OC，若 $OC=5$，$AE=2$，则 CD 等于______．



11．（3 分）如图，将△ABC 绕点 A 顺时针旋转 30° 得到△ADE，点 B 的对应点 D 恰好落在边 BC 上，则∠ADE=________．



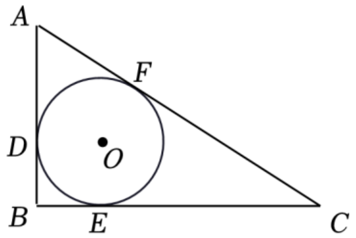
12．（3分）如图，在扇形 OAB 中，$\angle AOB=90°$，$OA=2$，则阴影部分的面积是 ______．



13．（3分）二次函数 $y=x^2-2x+m$ 的图象与 x 轴只有一个公共点，则 m 的值为 _____．

14．（3分）正六边形的边长为6，则它的内切圆半径为 __________．

15．（3分）如图，Rt△ABC 中，$\angle B=90°$，它的内切圆⊙O 与 AB，BC，CA 分别相切于点 D，E，F，若 $AB=6$，$EC=8$，则 BE 的长为 ____________．



16．（3分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A（t，0），B（$t+2$，0），C 为平面内的动点，且满足 $\angle ACB=90°$，所有满足条件的点 C 组成图形 W，当直线 $y=x$ 与图形 W 有两个公共点时 t 的取值范围为 ____________．

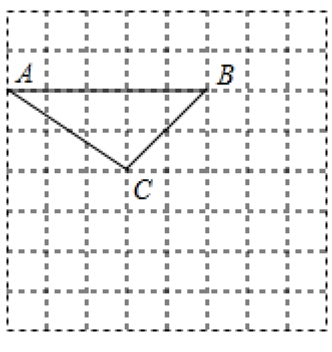
三、解答题（本题共60分，第17-18题每题4分，第19、20、22、23题每题5分，第21、24题、25每题6分，第26、27题每题7分）

17．（4分）解方程：$x^2-4x-5=0$．

18．（4分）已知△ABC 如图所示地摆放在边长为1的小正方形组成的网格内，将△ABC 绕点 C 顺时针旋转90°，得到△A_1B_1C．

（1）在网格中画出△A_1B_1C；

（2）直接写出点 B 运动到点 B_1 所经过的路径的长．



19．（5分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m-1)x+m^2-1=0$ 有实数根．

（1）求实数 m 的取值范围；

（2）当 m 取满足条件的最大整数时，求方程的解．

20．（5分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 的图象经过点 A（0，－3），B（2，5）．

（1）求该抛物线的解析式；

（2）求该抛物线与 x 轴的交点坐标．

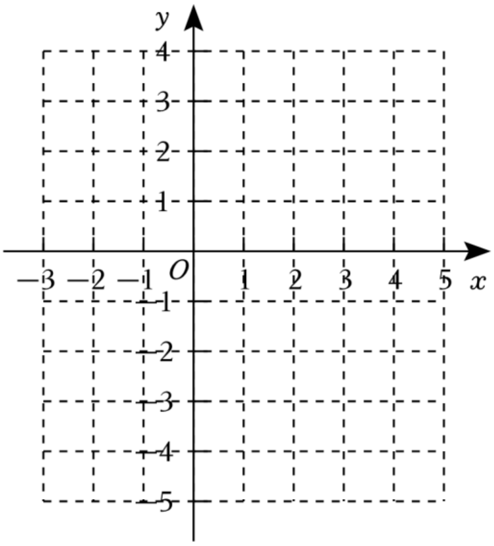
21．（6 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）图象上部分点横坐标、纵坐标的对应值如表：

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	﹣3	﹣4	﹣3	0	5	…

（1）画出函数图象，并求出二次函数的解析式；

（2）当 x______时，y 随 x 的增大而减小；

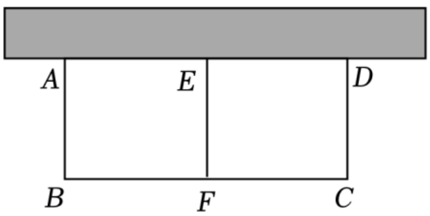
（3）当﹣1≤x≤4 时，y 的取值范围为________．



22．（5 分）如图，预防新冠肺炎疫情期间，某校在校门口用塑料膜围成一个临时隔离区，隔离区一面靠墙（墙长 8 米），隔离区分成两个区域，中间用塑料膜隔开．已知整个隔离区塑料膜总长为 12m，如果隔离区出入口的大小不计，并且隔离区靠墙的面不能超过墙长．

（1）设垂直于墙的一边 AB 长度为 xm，整个隔离区的面积为 S，求 S 与 x 之间的函数关系式，并求出自变量的取值范围；

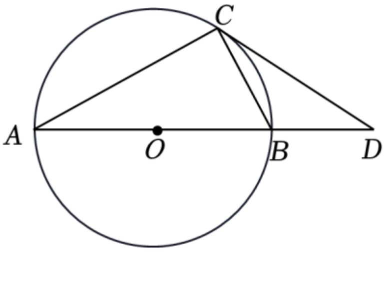
（2）求整个隔离区的面积的最大值．



23．（5 分）如图，AB 为⊙O 的直径，C 是⊙O 上一点，D 在 AB 的延长线上，∠BCD＝∠A．

（1）求证：CD 是⊙O 切线；

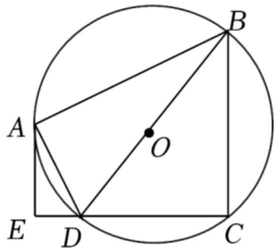
（2）若 BD＝2，$CD=2\sqrt{5}$，求⊙O 的半径长．



24．（6分）如图，四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形，BD 为直径，AE 是⊙O 切线，且 $AE\perp CD$ 的延长线于点 E．

（1）求证：DA 平分 $\angle BDE$；

（2）若 $AE=4$，$CD=6$，求⊙O 的半径和 AD 的长．



25．（6分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）在抛物线 $y=ax^2+2ax$（$0<a<3$）上，其中 $x_1<x_2$．

（1）求抛物线的对称轴为 ________；

（2）若 A（﹣2，y_1），B（0，y_2），直接写出 y_1，y_2 的大小关系 ________；

（3）若 A（x_1，y_1），B（1，y_2），当 $y_1>y_2$ 时，则 x_1 的取值范围为 __________；

（4）若 $x_1+x_2=1-a$，比较 y_1，y_2 的大小，并说明理由．

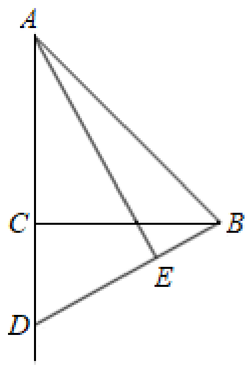
26．（7分）如图，在△ABC 中，$AC=BC$，$\angle ACB=90°$，D 是线段 AC 延长线上一点，连接 BD，过点 A 作 $AE\perp BD$ 于 E．

（1）求证：$\angle CAE=\angle CBD$．

（2）将射线 AE 绕点 A 顺时针旋转45°后，所得的射线与线段 BD 的延长线交于点 F，连接 CE．

①依题意补全图形；

②用等式表示线段 AF，CE，BE 之间的数量关系，并证明．



27．（7分）在平面直角坐标系 xOy 中的⊙W 上，有弦 MN，取 MN 的中点 P，将点 P 绕原点 O 顺时针旋转90°得到点 Q，称点 Q 为弦 MN 的“中点对应点”．设⊙W 是以 W（﹣3，0）为圆心，半径为2的圆．

（1）已知弦 MN 长度为2，点 Q 为弦 MN 的“中点对应点”．

①如图1：当 $MN\parallel x$ 轴时，在图1中画出点 Q，并且直接写出线段 OQ 的长度；

②当 MN 在圆上运动时，直接写出线段 WQ 的取值范围．

（2）已知点 M（﹣5，0），点 N 为⊙W 上的一动点，设直线 $y=x+b$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、点 B，

若线段 AB 上存在弦 MN 的“中点对应点”点 Q，求出 b 的取值范围.

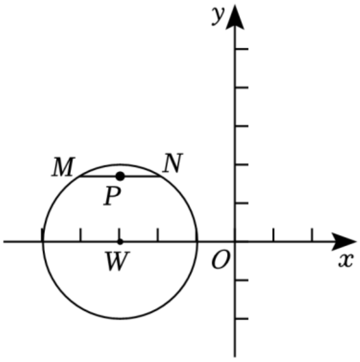
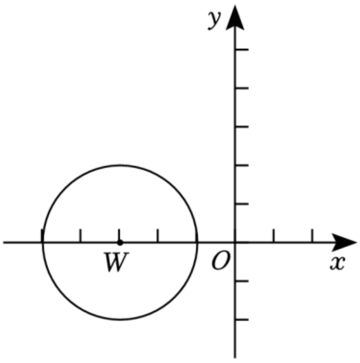
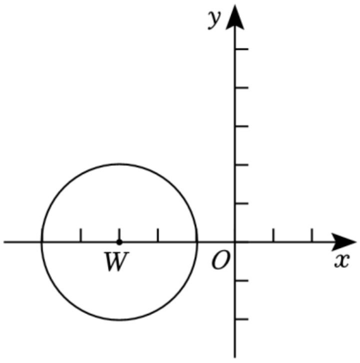


图1



备用图



备用图

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1．【分析】根据中心对称图形的概念求解．在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180 度，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形．这个旋转点，就叫做中心对称点．

【解答】解：选项 A、B、D 均不能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后和原图形完全重合，所以不是中心对称图形，

选项 C 能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后和原图形完全重合，所以是中心对称图形，

故选：C．

【点评】此题主要考查了中心对称图形的概念．中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

2．【分析】求出抛物线平移后的顶点坐标，然后利用顶点式写出即可．

【解答】解：∵抛物线 $y=2x^2$ 向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位后的顶点坐标为（﹣1，﹣2），

∴得到的抛物线是 $y=2(x+1)^2-2$．

故选：D．

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，利用顶点的变化确定抛物线解析式求解更简便．

3．【分析】由一元二次方程的定义，可知 $a-2\neq0$；一根是 0，代入 $(a-2)x^2+x+a^2-4=0$ 可得 $a^2-4=0$．a 的值可求．

【解答】解：∵ $(a-2)x^2+x+a^2-4=0$ 是关于 x 的一元二次方程，∴$a-2\neq0$，即 $a\neq2$①

由一个根是 0，代入 $(a-2)x^2+x+a^2-4=0$，可得 $a^2-4=0$，解之得 $a=\pm2$；②

由①②得 $a=-2$．故选 B．

【点评】本题考查一元二次方程的定义应用，二次项系数不为 0．解题时须注意，此为易错点．否则选 C 就错了．

4．【分析】根据在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半可得 $\angle A=60°$，再根据圆内接四边形的性质可得 $\angle BCD$ 的度数．

【解答】解∵在⊙O 的内接四边形 $ABCD$ 中，$\angle BOD=120°$，

∴$\angle A=60°$，

∴$\angle C=180°-60°=120°$，

故选：A．

【点评】此题主要考查了圆周角定理和圆内接四边形，关键是掌握圆内接四边形的对角互补．

5．【分析】连接 OC，由 CE 为圆 O 的切线，利用切线的性质得到 OC 垂直于 CE，由 $OA=OC$，利用等边对等角得到一对角相等，再利用外角性质求出 $\angle COE$ 的度数，即可求出 $\angle E$ 的度数．

【解答】解：连接 OC，

∵CE 为圆 O 的切线，

∴$OC\perp CE$，

∴$\angle COE=90°$，

∵$\angle CDB$与$\angle BAC$都对$\overset{\frown}{BC}$，且$\angle CDB=25°$，

∴$\angle BAC=\angle CDB=25°$，

∵$OA=OC$，

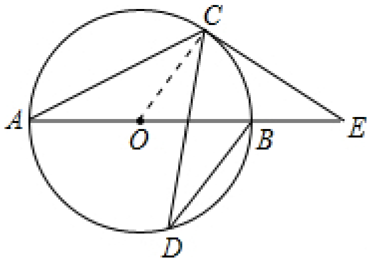
∴$\angle OAC=\angle OCA=25°$，

∵$\angle COE$为$\triangle AOC$的外角，

∴$\angle COE=50°$，

则$\angle E=40°$．

故选：A．



【点评】此题考查了切线的性质，圆周角定理，等腰三角形的性质，以及三角形内角和定理，熟练掌握切线的性质是解本题的关键．

6.【分析】先求出二次函数 $y=2(x-2)^2+1$ 的图象的对称轴，然后判断出 $A(-3，y_1)$，$B(3，y_2)$，$C(4，y_3)$在抛物线上的位置，再求解．

【解答】解：∵二次函数$y=2(x-2)^2+1$，中$a=2>0$

∴抛物线开口向上，对称轴为$x=-\frac{b}{2a}=2$，

∵$B(3，y_2)$，$C(4，y_3)$中横坐标均大于2，

∴它们在对称轴的右侧$y_3>y_2$．

$A(-3，y_1)$中横坐标小于2，

∵它在对称轴的左侧，它关于$x=2$的对称点为$2\times2-(-3)=7$，

A点的对称点是$D(7，y_1)$

$7>4>3$，

∵$a>0$时，抛物线开口向上，在对称轴的右侧y随x的增大而增大，

∴$y_1>y_3>y_2$．

故选：D．

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，本题的关键是找到A点的对称点；掌握二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象性质．

7.【分析】首先根据降低率表示出2019年的用水量，然后表示出2020年的用水量，令其等5.265即可列出方程．

【解答】解：设该市用水总量的年平均降低率是x，

则2019年的用水量为6.5（1－x），

2020年的用水量为6.5（1－x）^{2}，

故选：A．

【点评】本题考查求平均变化率的方法．若设变化前的量为a，变化后的量为b，平均变化率为x，则经过两次变化后的数量关系为a（1±x）^{2}＝b．

8．【分析】根据抛物线开口方向，对称轴的位置以及与y轴的交点可对①减小判断；利用抛物线与x轴的交点个数可对②进行判断；根据二次函数的性质可对③进行判断；利用图象则可对④进行判断．

【解答】解：∵抛物线开口向下，交y轴的正半轴，

∴$a<0$，$c>0$，

∵$-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$，

∴$b=-a>0$，

∴$abc<0$，所以①错误；

∵抛物线与x轴有2个交点，

∴$\Delta=b^2-4ac>0$，所以②正确；

∵抛物线$y=ax^2+bx+c$经过点（－2，0），

而抛物线的对称轴为直线$x=\frac{1}{2}$，

∴点（－2，0）关于直线$x=\frac{1}{2}$的对称点（3，0）在抛物线上，

∴关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0$的两根是$x_1=-2$，$x_2=3$，所以③正确．

由图象可知当$-2<x<3$时，$y>0$，

∴不等式$ax^2+bx+c>0$的解集是$-2<x<3$，所以④错误；

故选：B．

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系：对于二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$），二次项系数a决定抛物线的开口方向和大小：当$a>0$时，抛物线向上开口；当$a<0$时，抛物线向下开口；一次项系数b和二次项系数a共同决定对称轴的位置：当a与b同号时（即$ab>0$），对称轴在y轴左；当a与b异号时（即$ab<0$），对称轴在y轴右；常数项c决定抛物线与y轴交点位置：抛物线与y轴交于（0，c）；抛物线与x轴交点个数由△决定：$\Delta=b^2-4ac>0$时，抛物线与x轴有2个交点；$\Delta=b^2-4ac=0$时，抛物线与x轴有1个交点；$\Delta=b^2-4ac<0$时，抛物线与x轴没有交点．

二、填空题（本题共24分，每小题3分）

9．【分析】根据关于关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数．填空即可．

【解答】解：点P（3，－4）关于原点对称的点的坐标是（－3，4），

故答案为（－3，4）．

【点评】解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：

（1）关于x轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；

（2）关于y轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；

（3）关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数．

10．【分析】由垂径定理得到$CD=2CE$，再求出OE的长，然后由勾股定理可求出CE的长，即可求解．

【解答】解：∵AB为⊙O的直径，弦$CD\perp AB$，

∴$CD=2CE$，

∵$OC=5$，$AE=2$，

∴$OA=5$，

∴$OE=OA-AE=5-2=3$，

∴$CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

∴$CD=2CE=8$．

故答案为：8．

【点评】本题考查的是垂径定理及勾股定理，熟练掌握垂径定理，由勾股定理求出CE的长是解答此题的关键．

11．【分析】根据旋转的性质得到$AD=AB$，$\angle ADE=\angle B$，根据等腰三角形的性质得到$\angle ADB=\angle B$，求得$\angle ADE=\angle ADB=70°$．

【解答】解：由旋转的性质可知，$AD=AB$，$\angle ADE=\angle B$，

∴$\angle ADB=\angle B$，

∵$\angle BAD=30°$，

∴$\angle ADE=\angle ADB=\angle B=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$，

故答案为：75°．

【点评】本题考查的是旋转变换的性质、等腰三角形的性质，掌握旋转的性质是解题的关键．

12．【分析】根据$S_{阴}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle AOB}$即可计算．

【解答】解：∵$OA=OB=2$，$\angle AOB=90°$，

∴$\triangle AOB$是等腰直角三角形．

∴$S_{阴}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle AOB}=\frac{90\pi\cdot 2^2}{360}-\frac{1}{2}\times2\times2=\pi-2$．

故答案为：$\pi-2$．

【点评】本题考查扇形面积公式、三角形面积公式，记住扇形和三角形的面积公式是解题的关键．

13．【分析】根据$\Delta=b^2-4ac=0$时，抛物线与x轴有1个交点得到$\triangle=(-2)^2-4m=0$，然后解关于m的方程即可．

【解答】解：根据题意得$\triangle=(-2)^2-4m=0$，

解得$m=1$．

故答案为1．

【点评】本题考查了抛物线与x轴的交点：对于二次函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a\neq0$），$\Delta=$

b^2-4ac 决定抛物线与 x 轴的交点个数：$\Delta=b^2-4ac>0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点；$\Delta=b^2-4ac=0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点；$\Delta=b^2-4ac<0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点．

14．【分析】根据题意画出图形，利用正六边形中的等边三角形的性质求解即可．

【解答】解：如图，连接 OA、OB，OG，

∵六边形 $ABCDEF$ 是边长为 6 的正六边形，

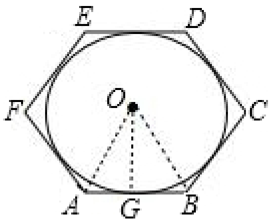
∴$\triangle OAB$ 是等边三角形，

∴$OA=AB=6$，

∴$OG=OA\cdot\sin60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$，

∴边长为 4 的正六边形的内切圆的半径为：$3\sqrt{3}$．

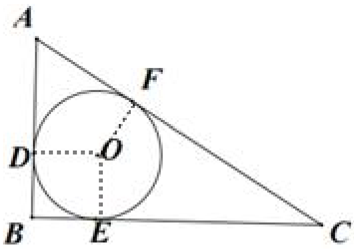
故答案为：$3\sqrt{3}$．



【点评】此题主要考查了正多边形和圆，掌握正多边形内切圆的性质以及特殊角的三角函数值是解题的关键．

15．【分析】如图连接 OE、OF．OD，则由题意可知四边形 $EBDO$ 是正方形，设 $BE=x$，则 $BD=BE=x$，$AF=AD=AB-BD=6-x$，所以 $AC=AF+CF=14-x$，$BC=BE+CE=x+8$，由 $AB^2+BC^2=AC^2$，可得 $6^2+(x+8)^2=(14-x)^2$，由此即可解决问题．

【解答】解：如图，连接 OE、OF．OD，则由题意可知四边形 $EBDO$ 是正方形，



∵$\triangle ABC$ 的内切圆⊙O 与 AB、BC、CA 分别相切于点 D、E、F，

设 $BE=x$，

则 $BD=BE=x$，

∴$AF=AD=AB-BD=6-x$，

∵$CE=CF=8$，

∴$AC=AF+CF=14-x$，$BC=BE+CE=x+8$，

∵$AB^2+BC^2=AC^2$，

∴$6^2+(x+8)^2=(14-x)^2$，

∴$x=\frac{24}{11}$，

$\therefore BE=\dfrac{24}{11}$.

故答案为：$\dfrac{24}{11}$.

【点评】本题考查三角形的内切圆与内心，切线长定理、勾股定理等知识，解题的关键是学会利用参数，构建方程解决问题.

16.【分析】根据圆周角定理得出 C 点在以 AB 为直径的圆 D 上，D（$t+1$，0）．当直线 $y=x$ 与⊙D 相切时，分两种情况进行讨论：AB 在 x 轴正半轴；AB 在 x 轴负半轴．分别求出 t，根据直线 $y=x$ 与图形 W 有两个公共点，得出圆心在 D 与 D' 之间，进而求出 t 的取值范围.

【解答】解：∵A（t，0），B（$t+2$，0），

$\therefore AB=2$，A、B 在 x 轴上，

$\because \angle ACB=90°$，

∴C 点在以 AB 为直径的圆 D 上，

∴D（$t+1$，0）.

当直线 $y=x$ 与⊙D 相切时，

如果 AB 在 x 轴正半轴时，

$\because DC=1$，$\angle COD=45°$，

$\therefore OD=\sqrt{2}DC=\sqrt{2}$，

$\therefore t+1=\sqrt{2}$，

$\therefore t=\sqrt{2}-1$；

如果 AB 在 x 轴负半轴时，

$t+1=-\sqrt{2}$，

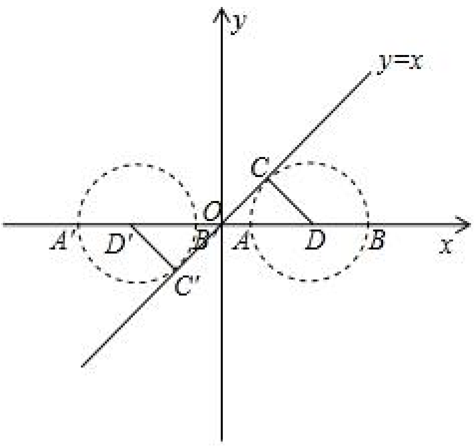
$\therefore t=-\sqrt{2}-1$；

∵直线 $y=x$ 与图形 W 有两个公共点，

∴圆心在 D 与 D' 之间，

$\therefore -\sqrt{2}-1<t<\sqrt{2}-1$.

故答案为：$-\sqrt{2}-1<t<\sqrt{2}-1$.



【点评】本题考查了圆周角定理，正比例函数的性质，得出 C 点在以 AB 为直径的圆 D 上进而进行分类讨论是解题的关键.

三、解答题（本题共 60 分，第 17-18 题每题 4 分，第 19、20、22、23 题每题 5 分，第 21、24 题、25 每题 6 分，第 26、27 题每题 7 分）

17.【分析】因式分解法求解可得.

【解答】解：$(x+1)(x-5)=0$，

则 $x+1=0$ 或 $x-5=0$，

∴$x=-1$ 或 $x=5$.

【点评】本题主要考查解一元二次方程的能力，熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法：直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法，结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键

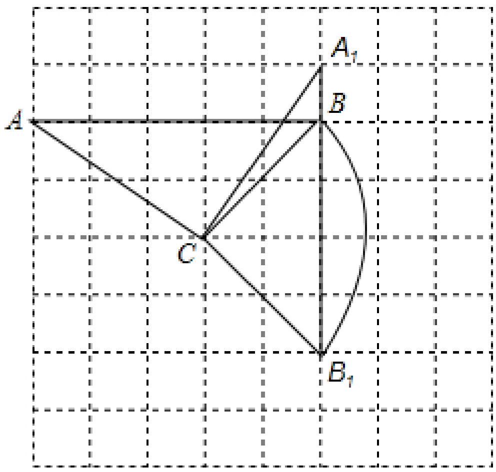
18.【分析】(1) 根据图形旋转的性质画出 $\triangle A_1B_1C$ 即可；

(2) 先根据勾股定理求出 CB 的长，再由弧长公式即可得出结论.

【解答】解：(1) 如图所示，$\triangle A_1B_1C$ 即为所求作的图形；

(2) ∵$BC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

∴点 B 运动到点 B_1 所经过的路径的长$=\dfrac{90\pi\times 2\sqrt{2}}{180}=\sqrt{2}\pi$.



【点评】本题考查的是作图－旋转变换，熟知图形旋转的性质及弧长公式是解答此题的关键.

19.【分析】(1) 利用判别式的意义得到 $\Delta=(2m-1)^2-4\times(m^2-1)\geqslant 0$，然后解不等式即可；

(2) 先确定 m 的最大整数为 1，则方程化为 $x^2+x=0$，然后利用因式分解法解方程.

【解答】解：(1) 根据题意得 $\Delta=(2m-1)^2-4\times(m^2-1)\geqslant 0$，

解得 $m\leqslant\dfrac{5}{4}$；

(2) m 的最大整数为 1，

方程为 $x^2+x=0$，

所以 $x_1=-1$，$x_2=0$.

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：

当$\Delta>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\Delta=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\Delta<0$时，方程无实数根．

20．【分析】（1）通过待定系数法求解；

（2）令$y=0$，解一元二次方程即可．

【解答】解：（1）将点A（0，﹣3），B（2，5）代入解析式$y=ax^2+2x+c$得：

$\begin{cases}c=-3\\4a+4+c=5\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=1\\c=-3\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为$y=x^2+2x-3$；

（2）令$y=0$，则$x^2+2x-3=0$，

解得$x_1=-3$，$x_2=1$，

∴抛物线与x轴的交点坐标为（﹣3，0），（1，0）．

【点评】本题考查抛物线与x轴的交点，解题关键是掌握待定系数法求函数解析式，掌握二次函数与一元二次方程的关系．

21．【分析】（1）描点、连线，画出函数图象，据表格数据，设二次函数的表达式为$y=a(x-1)^2-4$，结合点（3，0）利用待定系数法即可求出二次函数表达式；

（2）根据图象即可求得；

（3）根据表格数据，结合图象即可求解．

【解答】解：（1）描点、连线，画出图形如图所示．

设二次函数的表达式为$y=a(x-1)^2-4$，

∵二次函数经过点（3，0），

∴$4a-4=0$，

∴$a=1$，

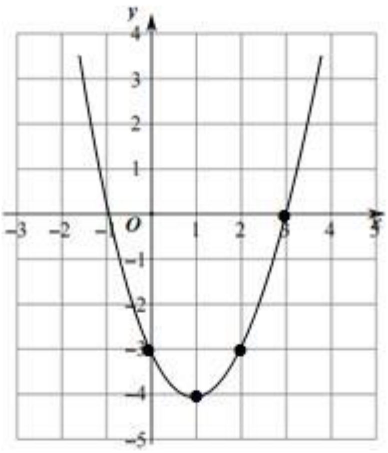
∴二次函数的表达式为$y=(x-1)^2-4$，即$y=x^2-2x-3$；

（2）观察函数图象可知：当$x<1$时，y随x的增大而减小；

故答案为：<1；

（3）当$-1\leqslant x\leqslant 4$时，y的取值范围为$-4\leqslant y\leqslant 5$．

故答案为：$-4\leqslant y\leqslant 5$．



【点评】本题考查了二次函数的图象和性质以及待定系数法求二次函数解析式，解题的关键是：根据给定点的坐标画出函数图象，利用待定系数法求出函数解析式，数形结合.

22.【分析】（1）垂直于墙的一边为 xm，则隔离区的另一边为（$12-3x$）m，得 $S=x$（$12-3x$），化简得 $S=-3x^2+12x$，根据题意，得不等式组组$\begin{cases}12-3x\leqslant 10\\12-3x>0\end{cases}$，解不等式组即可；

（2）$S=-3x^2+12x=-3$（$x-2$）$^2+12$，根据取值范围确定最值，即可求解.

【解答】解：（1）垂直于墙的一边为 xm，则隔离区的另一边为（$12-3x$）m，

∴$S=x$（$12-3x$），

化简得 $S=-3x^2+12x$，

根据题意，得不等式组$\begin{cases}12-3x\leqslant 10\\12-3x>0\end{cases}$，

解得：$\frac{2}{3}\leqslant x<4$，

∴S 关于 x 的函数解析式 $S=-3x^2+12x$，x 的取值范围：$\frac{2}{3}\leqslant x<4$；

（2）$S=-3x^2+12x=-3$（$x-2$）$^2+12$，

∵$\frac{2}{3}\leqslant x<4$，

∴当 $x=2$ 时，S 的值最大，最大值$=12$，

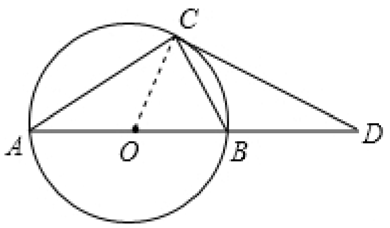
答：隔离区面积最大值为 $12m^2$.

【点评】本题考查了二次函数在实际问题中的应用，数形结合并熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

23.【分析】（1）连接 OC，根据圆周角定理求出$\angle ACB=90°$，求出$\angle ACB=\angle ACO+\angle BCO=\angle DCB+\angle BCO=\angle OCD=90°$，根据切线判定推出即可；

（2）在 Rt△OCD 中，根据勾股定理得出方程，求出方程的解即可.

【解答】（1）证明：连接 OC，



∵AB 是⊙O 直径，

∴∠ACB＝90°，

即∠ACO+∠BCO＝90°，

∵OA＝OC，

∴∠A＝∠ACO，

∵∠DCB＝∠A，

∴∠DCB＝∠ACO，

∴∠DCB+∠BCO＝90°，

∴∠OCD＝90°，

即 OC⊥DC，

∵OC 为半径，

∴CD 是⊙O 的切线；

（2）解：∵OB＝OC，BD＝2，

设 OC＝x，则 DO＝3，

∵∠OCD＝90°，

∴在 Rt△OCD 中，由勾股定理得：$x^2+(2\sqrt{5})^2=(x+2)^2$，

解得：x＝4，

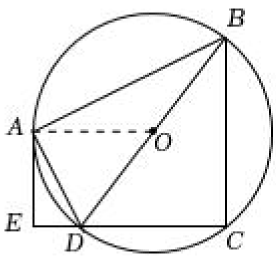
⊙O 的半径是 4．

【点评】本题考查了圆周角定理，切线的判定定理，勾股定理的应用，用了方程思想．

24．【分析】（1）连接 OA，根据切线的性质可得∠OAE＝90°，再利用角平分线和等腰三角形的性质可证 OA∥DE，然后利用平行线的性质求出∠E＝90°，即可解答；

（2）过点 O 作 OF⊥CD，垂足为 F，根据垂径定理可得 $DF=FC=\frac{1}{2}DC=3$，再利用（1）的结论可得四边形 $AEFO$ 是矩形，从而可得 EF＝OA，AE＝OF＝4，然后在 Rt△OFD 中，利用勾股定理求出 OF 的长，进而可得 DE＝2，最后在 Rt△AED 中，利用勾股定理求出 AD 的长，即可解答．

【解答】（1）证明：连接 OA，



∵AE是⊙O切线，

∴$\angle OAE=90^\circ$，

∵$AE\perp CD$，

∴$OA\parallel DE$，

∴$\angle OAD=\angle ADE$，

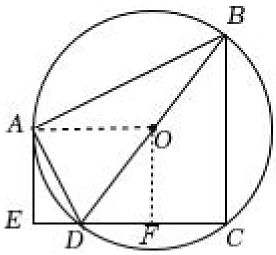
∵$OA=OD$，

∴$\angle OAD=\angle ADO$，

∴$\angle ADE=\angle ADO$，

∴DA平分$\angle BDE$；

（2）解：过点O作$OF\perp CD$，垂足为F，



∵$AE=4$，$CD=6$，求⊙O的半径和AD的长．

∴$DF=FC=\frac{1}{2}DC=3$，$\angle OFD=90^\circ$，

∵$\angle OAE=\angle E=90^\circ$，

∴四边形$AEFO$是矩形，

∴$EF=OA$，$AE=OF=4$，

∴$DE=EF-DF=OA-3$，

在Rt△OFD中，根据勾股定理得：

$OD^2=OF^2+DF^2$，

∴$OD^2=4^2+3^2$，

∴$OD=5$，

∴$DE=OA-3=5-3=2$，

在Rt△AED中，$AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，

∴⊙O的半径为5，AD的长为$2\sqrt{5}$．

【点评】本题考查了切线的性质，角平分线的性质，垂径定理，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键．

25.【分析】（1）抛物线的对称轴为：直线 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2a}{2a}=-1$；

（2）由（1）可知，抛物线对称轴为：直线 $x=-1$，由题意 $0<a<3$ 可知，抛物线开口向上，∴横坐标越接近对称轴，y 值越小，到对称轴距离相等，y 值也相等，即可求解；

（3）根据二次函数的性质，解答即可；

（4）由题意 $0<a<3$，$x_1+x_2=1-a$，分析出 $-2<x_1+x_2<1$，再判断哪个点离对称轴距离小，对应函数值就小，即可求解.

【解答】解：（1）抛物线的对称轴为：直线 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2a}{2a}=-1$；

故答案为：直线 $x=-1$；

（2）由（1）可知，抛物线对称轴为：直线 $x=-1$，

由题意 $0<a<3$ 可知，抛物线开口向上，

∴横坐标越接近对称轴，y 值越小，到对称轴距离相等，y 值也相等，

∵ $-1-(-2)=1$，$0-(-1)=1$，$1=1$，

∴$y_1=y_2$；

故答案为：$y_1=y_2$；

（3）∵抛物线对称轴为：直线 $x=-1$，$0<a<3$

∵ $-1-(-2)=1$，$1-(-1)=2$，$-1-2=-3$，

当 $y_1>y_2$ 时，

∴$x_1>1$ 或 $x_1<-3$，

故答案为：$x_1>1$ 或 $x_1<-3$；

（4）∵$0<a<3$，$x_1+x_2=1-a$，

∴ $-2<x_1+x_2<1$，

∵抛物线对称轴是直线 $x=-1$，

又∵$x_1<x_2$，

∴$|-1-x_1|<|x_2-(-1)|$，

∴$y_1<y_2$.

【点评】本题考查了二次函数的图象与系数的关系、二次函数图象上的点的坐标特点、二次函数的增减性，熟练掌握二次函数图象上的点的坐标特点及二次函数的性质是解题的关键.

26.【分析】（1）根据垂直的定义、对顶角相等、三角形内角和定理证明；

（2）①根据题意补全图形；

②在 AE 上截取 AM，使 $AM=BE$，证明△ACM≌△BCE，根据全等三角形的性质得到 $CM=CE$，$\angle ACM=\angle BCE$，得到△MCE 为等腰直角三角形，根据勾股定理得到 $ME=\sqrt{2}CE$，根据等腰直角三角形的性质计算，得到答案.

【解答】（1）证明：如图 1，∵ $\angle ACB=90°$，$AE\perp BD$，

∴ $\angle ACB=\angle AEB=90°$，

∵$\angle 1=\angle 2$，

∴$\angle CAE=\angle CBD$；

（2）解：①补全图形如图 2；

②$AF=2CE+\sqrt{2}BE$，

理由如下：在 AE 上截取 AM，使 $AM=BE$，

在△ACM 和△BCE 中，

$$\begin{cases}AC=CB\\ \angle CAM=\angle CBE,\\ AM=BE\end{cases}$$

∴△ACM≌△BCE（SAS），

∴$CM=CE$，$\angle ACM=\angle BCE$，

∵$\angle ACM+\angle BCM=90°$，

∴$\angle BCE+\angle BCM=90°$，即$\angle MCE=90°$，

∴△MCE 为等腰直角三角形，

∴$ME=\sqrt{2}CE$，

∵射线 AE 绕点 A 顺时针旋转 45° 后，得到 AF，

∴$\angle EAF=45°$，

∵$\angle AEF=90°$，

∴$EF=AE=AM+ME=BE+\sqrt{2}CE$，

∴$AF=\sqrt{2}AE=2CE+\sqrt{2}BE$.

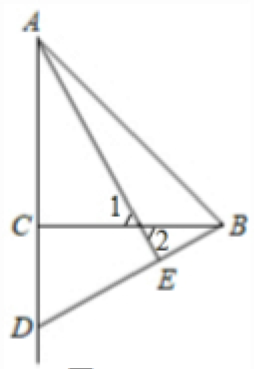


图1

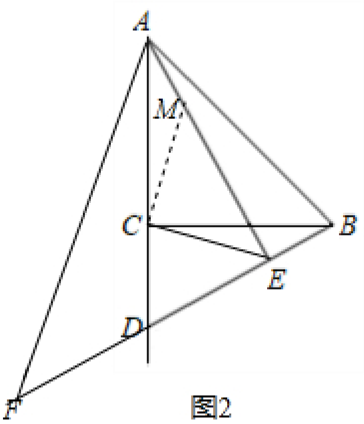


图2

【点评】本题考查的是旋转变换的性质、全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的性质，掌握三角形全等的判定定理和性质定理、旋转的性质是解题的关键.

27.【分析】（1）①连接 WP，由垂径定理可得 $WP\perp MN$，再由勾股定理求出 OP 的长即可求 OQ；

②根据题意可得 Q 点在以 E（0，3）为圆心，$\sqrt{3}$为半径的圆上，再求 WQ 的取值范围即可；

（2）由题意可得 Q 点在以 G（0，4）为圆心，1 为半径的圆上，再由线段 AB 上存在弦 MN 的“中点对应点”点 Q，可知直线 $y=x+b$ 与圆 G 相切或相交，再由（$4-b$）$^2=2$，求出 $b=4-\sqrt{2}$或 $b=4+\sqrt{2}$，即可求出 b 的取值范围.

【解答】解：（1）①连接 WP，

∵P 是弦 MN 的中点，

∴$WP\perp MN$，

∵$MN=2$，$WN=2$，

∴$PW=\sqrt{3}$，

∵$MN// x$ 轴，$W(-3，0)$，

∴$OP=2\sqrt{3}$，

∵$OP=OQ$，

∴$OQ=2\sqrt{3}$；

②∵$NM\perp WP$，$WP=\sqrt{3}$，

∴P 点在以 W 为圆心，$\sqrt{3}$为半径的圆上，

∵OP 顺时针旋转 90° 得到 OQ，

∴Q 点在以 $E(0，3)$ 为圆心，$\sqrt{3}$为半径的圆上，

∴$WE=3\sqrt{2}$，

∴$3\sqrt{2}-\sqrt{3}\leqslant WQ\leqslant 3\sqrt{2}+\sqrt{3}$；

（2）∵P 是 MN 的中点，

∴$PW\perp MN$，

∵$MN=2$，

∴$MP=1$，

∵$M(-5，0)$，$W(-3，0)$，

∴$MW=2$，

∵$\angle MPW=90°$，

∴P 点在以 MW 为圆心的圆上，

∵OP 顺时针旋转 90° 得到 OQ，

∴Q 点在以 $G(0，4)$ 为圆心，1 为半径的圆上，

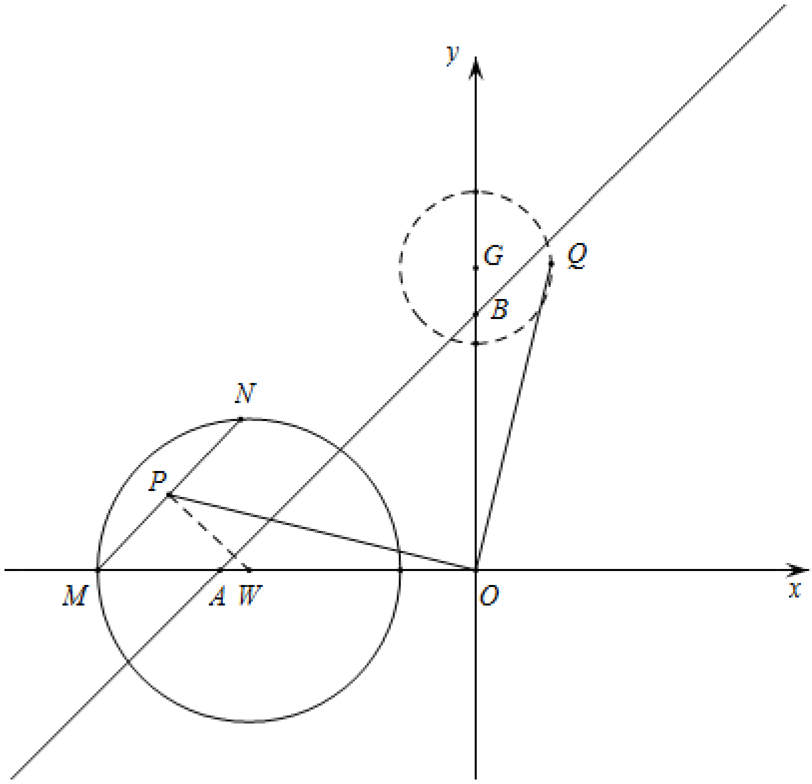
∵线段 AB 上存在弦 MN 的“中点对应点”点 Q，

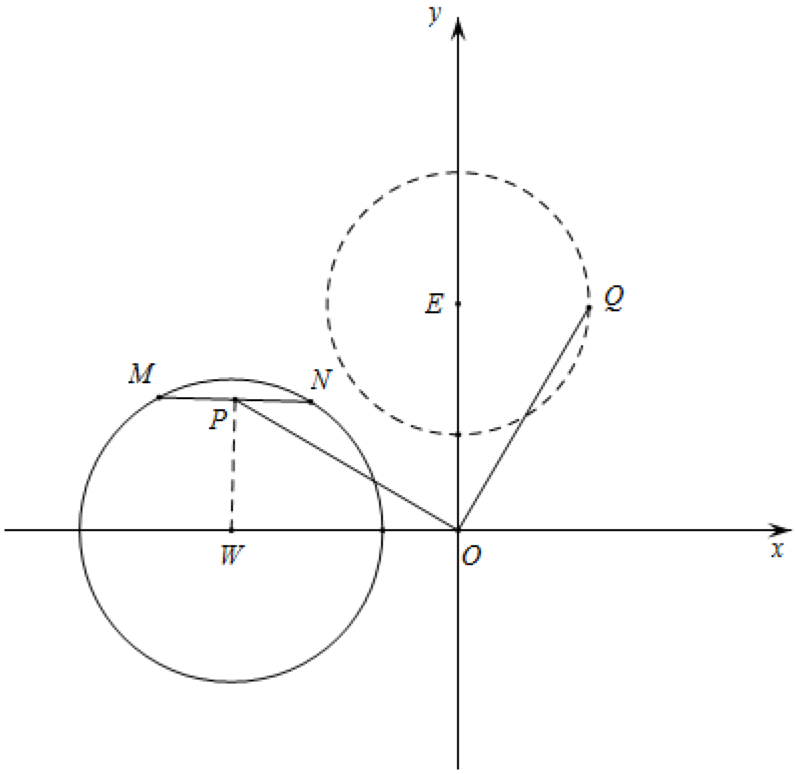
∴直线 $y=x+b$ 与圆 G 相切或相交，

∴$(4-b)^2=2$，

解得 $b=4-\sqrt{2}$或 $b=4+\sqrt{2}$，

∴$3\leqslant b\leqslant 4+\sqrt{2}$时，线段 AB 上存在弦 MN 的“中点对应点”点 Q.





【点评】本题考查圆的综合应用，熟练掌握圆的切线的性质，勾股定理，垂径定理，能够确定 Q 点的轨迹是解题的关键.